

BRST per gli zero modi della teoria di Yang-Mills

Nello sviluppo della fisica delle particelle elementari la comprensione dell'approccio perturbativo alla teoria di campo quantistica è stato una tappa fondamentale. La rinormalizzazione ha inoltre fornito uno punto di vista rigoroso e autoconsistente delle teorie perturbative divenendo un punto cardine del successo delle teorie di campo stesse. D'altro canto, la comprensione dell'approccio non perturbativo alla teoria di campo non ha raggiunto ancora un livello altrettanto soddisfacente. Infatti spesso le soluzioni esatte trovate richiedono l'elaborazione di strumenti e tecniche *ad hoc* per ciascuna teoria. Un ruolo di rilievo nella ricerca di soluzioni esatte in teorie quantistiche di campo è occupato dai cosiddetti metodi di *localizzazione*. Questa tecnica permette la riduzione esatta dell'integrazione funzionale ad un'integrale finito dimensionale. Condizione necessaria è che in queste teorie sia presente una simmetria fermionica dell'azione. Infatti, sotto opportune condizioni, si può mostrare che l'approssimazione di punto sella è esatta. Nei casi favorevoli, l'insieme degli zeri è una varietà finito dimensionale, cosicché l'integrale funzionale diventa un integrale finito dimensionale.

Lo studio presentato in questa tesi ha come scopo fornire alcuni ingredienti utili per studiare la localizzare di una teoria topologica introdotta da E. Witten nel 1992 con il nome di *Yang-Mills Topologico*. L'introduzione di tale teoria permise a Witten di calcolare i numeri di intersezione dello spazio dei moduli delle connessioni piatte.

Il primo passo in questo studio relativo alla teoria topologica di Witten è stato quello di formulare questa teoria in una particolare gauge, detta *gauge diagonale*. Questa scelta di gauge fu introdotta sulla teoria di Yang-Mills in due dimensioni da Blau e Thompson nel 1993. Nella formulazione del prim'ordine, la teoria di Yang-Mills in due dimensioni è descritta dal campo di gauge e da un campo scalare. Fissare la gauge diagonale significa imporre che il campo scalare sia diagonale o, in modo matematicamente più preciso, prenda valori nella subalgebra di Cartan dell'algebra di Lie del gruppo di struttura. Come conseguenza di questa scelta di gauge, il gruppo di struttura della teoria si riduce al sottogruppo torico massimale del gruppo compatto. In particolare il fibrato principale torico ottenuto come riduzione da quello di partenza risulta, in generale, non banale.

Il successivo ingrediente che abbiamo discusso prende spunto dal lavoro di V. Pestun del 2012. Data una teoria di Yang-Mills supersimmetrica su S^4 , V. Pestun aggiunge al complesso di supersimmetria e di BRST dell'invarianza di gauge un nuovo operatore dispari. Infatti nell'azione gauge fissata della teoria di Yang-Mills supersimmetrica nel gauge di Lorenz è presente un'ulteriore simmetria, detta degli *zero modi*, ottenuta traslando di una costante i ghost e gli antighost. Questa simmetria viene introdotta in maniera peculiare per questa teoria gauge fissata e la promozione di questa simmetria ad un complesso di BRST è determinata *ad hoc*. Infatti il risultante operatore di BRST non è definito a quadrato zero. Abbiamo quindi riformulato l'invarianza degli zero modi nel linguaggio standard del BRST. Per prima cosa si è notato come il termine di *gauge fixing* nella gauge di Lorenz per la teoria su S^4 e per la teoria di Yang-Mills in due dimensioni sia lo stesso, cosicché l'algebra degli zero modi risulta la stessa per le due teorie. Volgendo quindi lo studio a Yang-Mills in due dimensioni nel gauge fixing di Lorenz, abbiamo introdotto il complesso di BRST. Il complesso ottenuto è ovviamente differente rispetto a quello definito da Pestun, già nel numero di campi costanti introdotti, 9 nel BRST e 5 nel caso di Pestun. Pertanto abbiamo cercato una relazione fra le due formulazioni.

Da un punto di vista delle teorie di campo, ci aspettiamo che l'integrazione sui campi eccedenti riproduca l'azione di Pestun. Poiché i campi sui quali integriamo sono costanti, questa integrazione è ben definita ed è riconducibile all'integrazione lungo la fibra di un fibrato vettoriale. La costruzione geometrica che abbiamo sviluppato seleziona come spazio di base lo spazio dei campi fisici, dei ghost e antighost e dei campi costanti del complesso di Pestun. I campi costanti eccedenti presenti nel multipletto di BRST invece costituiscono la fibra del fibrato vettoriale. Quindi abbiamo mostrato che il complesso di BRST proiettato sullo spazio di base del fibrato riproduce esattamente il complesso di Pestun.

Abbiamo quindi discusso le invarianze residue di zero modi nella teoria di Yang-Mills Topologica riformulata come una soluzione AKSZ della *master equation* della quantizzazione Batalin-Vilkovisky, sia nel gauge fixing di Lorenz che in quello diagonale.

Candidato: **Emanuele Viviani**

emanuele.viviani@stud.unifi.it

Relatore: **dott. Francesco Bonechi**

francesco.bonechi@unifi.it