

Candidato: Giuseppe Di Giulio (digiulio.giuseppe@gmail.com)

Titolo dell'elaborato: Calcolo di funzioni di correlazione nel modello a sei vertici

Relatore: Prof. Filippo Colomo (colomo@fi.infn.it)

Questo lavoro di tesi è motivato dalla necessità di una maggiore comprensione dei fenomeni di separazione spaziale delle fasi, osservati in alcuni modelli di meccanica statistica su reticoli bidimensionali, e consistenti nella coesistenza all'equilibrio di regioni ordinate e disordinate, separate da interfacce dette curve artiche. Il fenomeno è indotto dalla scelta di opportune condizioni al contorno (di tipo fisso, che rompono perciò l'invarianza per traslazioni) e dalla presenza nel sistema di particolari vincoli che inducono correlazioni a lungo raggio. Il fenomeno è osservato nel cosiddetto limite di *scaling*, in cui le dimensioni del reticolo tendono all'infinito e, contemporaneamente, il passo reticolare tende a zero, in maniera da mantenere finita la dimensione del sistema.

La separazione spaziale di fase è stata osservata in numerosi modelli, tutti riconducibili a modelli di fermioni discreti. Nei casi di fermioni liberi, il fenomeno è stato ormai pienamente compreso. In presenza di fermioni interagenti, invece, il problema si complica enormemente ed i risultati analitici in proposito sono ancora pochissimi. Data la natura non perturbativa dei fenomeni discussi è conveniente restringersi ad una particolare classe di modelli, detti integrabili, per i quali è possibile, almeno in linea di principio, il calcolo di risultati esatti.

Il modello a sei vertici è un modello interagente integrabile su reticolo quadrato che, per opportune condizioni al contorno di tipo fisso, dette "a parete di dominio", presenta separazione spaziale delle fasi. Gli stati del modello possono essere descritti ponendo una freccia lungo ogni spigolo del reticolo, orientata verso uno dei due vertici adiacenti, compatibilmente con la seguente regola: delle quattro frecce che circondano ogni sito, due sono entranti e due sono uscenti (*ice rule*). Questo vincolo dà luogo a correlazioni a lungo raggio tra i gradi di libertà del sistema, ed è alla base del manifestarsi della separazione spaziale di fase nel modello. Il modello a sei vertici con condizioni al bordo "a parete di dominio" costituisce perciò la palestra ideale per una maggior comprensione del fenomeno nel caso di fermioni interagenti. La strategia generale consiste nel calcolo esatto di opportune funzioni di correlazione del modello e quindi nello studio del loro comportamento asintotico nel limite di *scaling*.

La funzione di correlazione di maggior interesse per i nostri scopi è la funzione di correlazione ad un punto (o polarizzazione). Per la presenza di condizioni al contorno fisse, che rompono l'invarianza per traslazioni, sottolineiamo che il valore medio della funzione ad un punto non è banalmente costante, come invece avviene usualmente in meccanica statistica.

In questa tesi utilizziamo tecniche di modelli integrabili, in particolare il *Bethe ansatz* algebrico, per costruire una rappresentazione per la polarizzazione del modello a sei vertici con condizioni al bordo "a parete di dominio", in termini di un integrale multiplo. Questo tipo di rappresentazione si presta ad un'analisi asintotica nel limite di *scaling*, ma questo è un problema complesso che sarà affrontato in altra sede.

Alcuni risultati collaterali ottenuti in questa tesi riguardano il calcolo di altre, più semplici, funzioni di correlazione e il calcolo della funzione di partizione del modello a sei vertici su una regione rettangolare del reticolo quadrato, con condizioni al bordo miste, del tipo a pareti di dominio su tre lati e libere sul quarto lato. Quest'ultima configurazione è di interesse, perchè dovrebbe dare luogo ad ulteriori fenomeni nell'ambito della separazione spaziale delle fasi.

La prima parte della tesi è dedicata alla discussione delle motivazioni alla base del lavoro, alla definizione del modello a sei vertici e alla descrizione delle sue proprietà fisiche rilevanti. Vengono poi illustrati in dettaglio il metodo dello *scattering* inverso quantistico e il formalismo del *Bethe ansatz* algebrico, strumenti fondamentali per i calcoli successivi. Infine, il modello a sei vertici è inquadrato nel formalismo del metodo dello *scattering* inverso quantistico e vengono ricavate le rappresentazioni per le funzioni di correlazione e di partizione che costituiscono la parte originale del lavoro di tesi.