

# Risultati perturbativi per Wilson loop supersimmetrici in teorie di super Chern-Simons

*Candidato:* Matteo Poggi  
e-mail: [matteo.poggi.fi@gmail.com](mailto:matteo.poggi.fi@gmail.com)

*Relatore:* Dott. Domenico Seminara  
e-mail: [seminara@fi.infn.it](mailto:seminara@fi.infn.it)

## Sommario

In questa tesi abbiamo affrontato il calcolo perturbativo all'ordine  $g^4$  dello Wilson loop circolare  $\frac{1}{2}$ -BPS nella teoria ABJ(M), che rientra nella classe delle teorie di super Chern-Simons con materia (SCSM), tipiche della dimensione  $d = 3$ . Se infatti in  $d = 3+1$ , modelli del tipo Maxwell o Yang-Mills (YM) sono molto noti e le loro applicazioni hanno riscontrato indiscussi successi (QED, QCD, per esempio), nell'ultimo decennio anche le SCSM hanno acquisito una notevole importanza nella fisica teorica delle alte energie e non solo. Un'interessante prospettiva in cui si collocano e vengono studiate è quella dettata dalla congettura AdS/CFT, formulata da Maldacena nel '98. Essa stabilisce una dualità tra la teoria delle stringhe in spazio  $AdS$  ed una teoria di campo conforme (CFT) che sia anche supersimmetrica. L'aspetto non banale ed interessante di questa dualità è che regimi di strong-coupling della teoria di gauge corrispondono a regimi debolmente accoppiati della teoria di stringa, ovvero a problemi di gravità classica. Questa congettura dunque da una parte propone delle strade alternative per uno studio di teorie di campo fortemente interagenti per le quali l'approccio perturbativo fallisce (che sono alla base di moltissimi fenomeni in diversi settori della fisica, non ultima la materia condensata); dall'altra richiede di essere verificata confrontando osservabili da ambo i lati della congettura. Per far ciò si pone il problema di *trovare* delle osservabili che siano calcolabili sia in regime perturbativo, da un lato, sia in regime fortemente accoppiato dall'altro. Un'importante classe di queste osservabili è costituita dagli Wilson Loop (WL), che classicamente rappresentano la traccia del fattore di fase che una particella carica acquista muovendosi lungo un circuito. La prima versione della congettura ( $AdS_5/CFT_4$ ) ha motivato, fin dai primi tempi della sua formulazione, una grande quantità di risultati sugli WL in SYM4, che è il prototipo delle teorie superconformi in 4 dimensioni. Oltre ad una catalogazione sistematica dei vari WL questi sono stati calcolati anche attraverso delle recenti tecniche di *localizzazione* che hanno ridotto il contenuto dell'intera serie perturbativa ad un modello di matrici (MM). Negli ultimi anni, si è tentato di ripercorrere questa strada nell'ambito di  $AdS_4/CFT_3$ , una più recente formulazione della congettura. Il prototipo di teoria di gauge in tre dimensioni è la cosiddetta teoria di Chern-Simons (CS). Una delle caratteristiche peculiari di questa teoria è che la costante d'accoppiamento  $k$  risulta quantizzata. Una conseguenza di questo fatto è che l'invarianza di scala, facilmente verificata a livello classico, risulta conservata anche quantisticamente. Questo accade anche per l'azione ABJ(M) la quale consta di due campi di gauge di CS nell'aggiunta di  $U_k(N) \times U_{-k}(\hat{N})$  e di due campi di materia nella bifondamentale. La ricchezza di campi che essa descrive (fermionici, scalari e di gauge) e il fatto che sia superconforme la candidano ad essere un modello non banale per testare la congettura. I primi WL che sono stati proposti (rettilineo e circolare) conservano  $\frac{1}{6}$  delle cariche supersimmetriche ( $\frac{1}{6}$ -BPS). I loro VEV sono stati calcolati sia perturbativamente che con il matrix model, che ha fornito il risultato corretto. Successivamente sono stati introdotti WL  $\frac{1}{2}$ -BPS che hanno la caratteristica peculiare di avere fermioni accoppiati col circuito. La loro scoperta, oltre ad aver posto un tassello fino ad allora mancante nella comprensione di  $AdS_4/CFT_3$ , rappresenta una nuova osservabile, con cui mettere alla prova di nuovo il matrix model. Se infatti da una parte si era dimostrato l'equivalenza coomologica tra WL circolare  $\frac{1}{6}$ -BPS ed  $\frac{1}{2}$ -BPS, che permetteva di riutilizzare il MM che calcolava il primo per calcolare anche il secondo, una verifica perturbativa di questa equivalenza mancava. Il lavoro di tesi proposto ha avuto come scopo di sopperire a tale mancanza, confermando la previsione del MM. Questo risultato è poi confluito in un lavoro [1]. Si sono inoltre analizzate le strutture delle divergenze che originano dai vari grafici di Feynman. Difatti, pur essendo la teoria conforme anche a livello quantistico, e quindi protetta da correzioni radiative infinite, il fatto di calcolare ogni grafico separatamente faceva comparire delle divergenze che poi si cancellavano sommando l'intero contributo. Nell'ottica di una catalogazione degli WL in ABJM (che è stata in parte affrontata) speriamo che la tecnica di regolarizzazione che abbiamo adottato possa dare uno spunto per una più sistematica e più generale analisi delle divergenze di un WL con contorno arbitrario.

Nella tesi abbiamo dapprima introdotto tutti gli "ingredienti" necessari a maneggiare agevolmente la nostra teoria (teorie supersimmetriche, teorie conformi, azione di CS, ABJ(M) e WL), e poi abbiamo riportato in dettaglio il calcolo eseguito.

## Riferimenti bibliografici

- [1] L. Griguolo, G. Martelloni, M. P. e D. Seminara. «Perturbative evaluation of circular  $\frac{1}{2}$ -BPS Wilson loops in  $\mathcal{N} = 6$  Super Chern-Simons theories». In: *JHEP* 1309 (2013), p. 157. arXiv: 1307.0787 [hep-th].